

## ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III

Cuarto parcialito / 24-JUL-2020

1. ¿Cómo se puede hacer para encontrar el flujo mínimo en una red con fuente  $s$  y sumidero  $t$ , donde existen cotas inferiores para el flujo que debe pasar por cada arco? Plantear un algoritmo para resolver el problema. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto.
2. Usted es el jefe del comité de programa de una importante conferencia internacional sobre ciencias de la computación. Diferentes autores han enviado un total de  $t$  trabajos de investigación que desean presentar en la conferencia. Para seleccionar los mejores trabajos, usted dispone de la ayuda de  $r$  revisores, cada uno de los cuales ha elegido hasta 20 trabajos que estaría dispuesto a examinar. Cada trabajo puede ser examinado por hasta 5 revisores distintos, y cada revisor puede examinar hasta 10 trabajos distintos. Sin embargo, un revisor sólo puede examinar trabajos que él haya indicado que estaría dispuesto a examinar. Diseñar un algoritmo eficiente basado en grafos que determine la máxima cantidad total de opiniones que es posible obtener por parte de los revisores. La entrada del algoritmo es la cantidad  $t$  de trabajos, la cantidad  $r$  de revisores, y para cada revisor una lista de los trabajos que estaría dispuesto a examinar. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar.
3. Sean  $X$  e  $Y$  dos problemas de decisión tales que  $X \leq_p Y$ . Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? Justificar.
  - a) Si  $X$  está en  $P$  entonces  $Y$  está en  $P$ .
  - b) Si  $Y$  está en  $P$  entonces  $X$  está en  $P$ .
  - c) Si  $Y$  es *NP-completo* entonces  $X$  también.
  - d) Si  $X$  es *NP-completo* entonces  $Y$  también.
  - e) Si  $Y$  es *NP-completo* y  $X$  está en  $NP$  entonces  $X$  es *NP-completo*.
  - f) Si  $X$  es *NP-completo* e  $Y$  está en  $NP$  entonces  $Y$  es *NP-completo*.
  - g)  $X$  e  $Y$  no pueden ser ambos *NP-completos*.
4. Construir una reducción polinomial de *Clique* a *SAT*. Demostrar que es polinomial y su correctitud.

*Clique*: Dado un grafo  $G = (V_G, E_G)$  y un entero  $k < |V_G| - 1$ .  
Devuelve si existe una clique en  $G$  de tamaño  $k$ .

*SAT*: Dada una formula con  $k \times n$  variables.  
Devuelve si existe una valuación de las variables tal que la formula es verdadera.

(sugerencia: considerar variables booleanas representando la matriz de adyacencia de un grafo, junto con  $k \times n$  variables  $v_{ij}$ , donde  $n$  es la cantidad de vértices del grafo y  $k$  es el tamaño del clique.  $v_{ij}$  sería True si el  $i$ -ésimo elemento del clique es el  $j$ -ésimo vértice del grafo)